BAB VI

UKURAN VARIASI atau DISPERSI

Dispersi adalah pengukuran penyebaran nilai-nilai pengamatan yang berada disekitar pusat data (tendensi pusat), atau bisa dikatakan adalah ukuran untuk mengetahui seberapa besar penyimpangan data dari nilai rata-ratanya; *atau* untuk mengetahui sejauh mana suatu nilai menyebar dari nilai tengahnya.

Ada 3 kelompok nilai yaitu : kelompok nilai **homogen** (tidak bervariasi), kelompok nilai **heterogen** (sangat bervariasi) dan kelompok nilai **relatif homogen** (tidak begitu bervariasi).
Dimana suatu nilai semakin jauh dari nilai tengahnya, maka semakin heterogen data tersebut, sebaliknya semakin dekat semakin homogen data tersebut.

Perhatikan 3 kelompok data berikut:

Mahasiswa A memperoleh nilai : 50, 50, 50, 50, 50 $\rightarrow$ Rata-rata hitung = 50

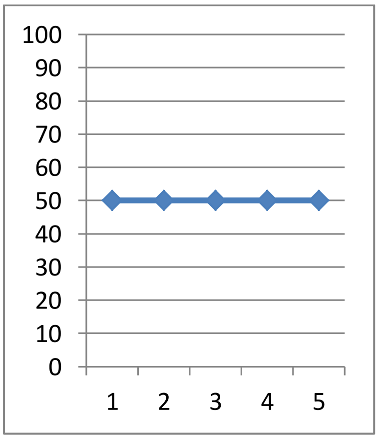
Mahasiswa B memperoleh nilai : 50, 40, 30, 60, 70 $\rightarrow$ Rata-rata hitung = 50

Mahasiswa C memperoleh nilai : 100, 40, 80, 20, 10 $\rightarrow$ Rata-rata hitung = 50

Jika kita diperintahkan untuk memilih salah satu dari 3 mahasiswa tersebut, maka mahasiswa manakah nilai yang paling baik ?.

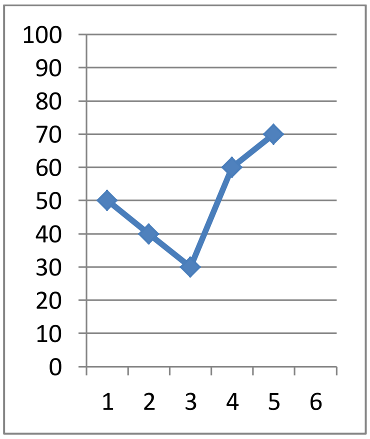
Perhatikan walaupun dari rata-rata hitung dari masing-masing mahasiswa adalah sama, namun jika dilihat dari penyebaran kelompok nilai untuk mahasiswa (A) rata-ratanya dapat mewakili kelompok data dengan baik (sempurna), mahasiswa (B) cukup baik dan mahasiswa (C) tidak dapat mewakili dengan baik. Keadaan tingkat variasi datanya dapat dilihat pada grafik berikut :

Mahasiswa A



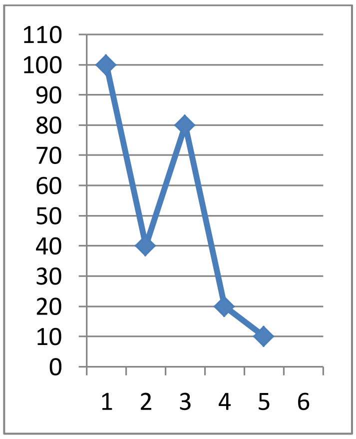
Homogen
(mewakili kelompok data dengan baik / sempurna)

Mahasiswa B



Relatif Homogen
(cukup baik dan kelompok)

Mahasiswa C



Heterogen
(tidak dapat mewakili dengan baik)

Dalam pengukuran dispersi faktor pertama yang diperhatikan adalah keseragaman data (*homogenity*), data homogen memiliki penyebaran (dispersi) yang kecil, sedangkan data yang heterogen memiliki penyebaran yang besar.

MENGAPA MEMPELAJARI DISPERSI ?
Nilai rata-rata seperti mean atau median hanya menitikberatkan pada pusat data, tetapi tidak memberikan informasi tentang sebaran nilai pada data tersebut. Jika kita lihat contoh kasus diatas rata-rata nilai setiap mahasiswa adalah 50, dan memilih salah satu mahasiswa yang nilainya paling baik. Kita perlu melihat bagaimana sebaran nilai dari ketiga mahasiswa mana yang lebih cenderung homogen, dalam arti bahwa data nilai mahasiswa mana yang tidak jauh dari kisaran nilai rat.

BEBERAPA MACAM UKURAN VARIASI ATAU DISPERSI

Terdapat dua jenis pengukuran dispersi yaitu:
1. Pengukuran dispersi absolut.
2. Pengukuran dispersi relatif.

1. Pengkuran dispersi absolut.

Ukuran dispersi absolut meliputi 4 hal, yakni:
1. Luas penyebaran (*Range*)
2. Simpangan kuartil (*Quartile deviation*)
3. Simpangan rata-rata (*Average deviation*)
4. Simpangan baku (*Standar deviation*)

UNGROUPING DATA / DATA TAK BERKELOMPOK

1.1. Luas penyebaran (*Range* / Nilai jarak).

Diantara ukuran variasi yang paling sederhan dan paling mudah dihitung adalah *range* (nilai jarak). Range adalah selisih antara nilai pengamatan terbesar dengan nilai pengamatan terkecil. Maka rumus sebagai berikut:

R = Xmax – Xmin

Dimana :
R : Range
Xmax : nilai pengamatan terbesar
Xmin : nilai pengamatan terkecil

Contoh soal :
Berikut daftar nilai matematika dari 13 Mahasiswa:

Mahasiswa	A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M
Nilai	40	30	50	65	45	55	70	60	80	85	95	100

Jawab : nilai Xmax = 100 dan nilai Xmin = 30

Maka Range = 100 – 30 =70

1.2. Simpangan Kuartil (*Quartile deviation*)

Simpangan kuartil adalah merupakan jauhnya penyimpangan kuartil pertama (K_1) dengan kuartil ketiga (K_3) dari kuartil kedua (K_2) atau median (Me).

- Jika jarak antara K_1 dan K_2 = jarak K_2 dan K_3 maka data tersebut memiliki sifat yang simetris
- Jika jarak K_1 dan K_2 < dari jarak K_2 dan K_3 maka data tersebut memiliki sifat juling positif, sebaliknya
- Jika jarak K_1 dan K_2 > dari jarak K_2 dan K_3 maka data tersebut memiliki sifat juling negatif

Simpangan kuartil dirumuskan sebagai berikut:

$$K_D = \frac{K_3 - K_1}{2}$$

Dimana :
K_D : Simpangan Kuartil
K_3 : nilai kuartil ke 3
K_1 : nilai kuartil ke 1

Jika suatu perhitungan diperoleh nilai K_1 = 42,5 ; K_2 = 60 dan K_3 = 82,5
Maka Simpangan Kuartil (K_D) = $\frac{82{,}5-42{,}5}{2} = 20$

1.3. Simpangan Rata-rata (*Average deviation*)

Simpangan rata-rata dihitung berdasarkan simpangan tiap-tiap nilai dalam distribusi. Simpangan tersebut dihitung dari nilai rata-rata (mean) atau jarak setiap nilai dari mean.
Oleh karena tiap-tiap nilai dari mean apabila dijumlahkan akan sama dengan nol (terutama jika distribusinya simetris), maka dalam perhitungan simpangan rata-rata ini yang diperhatikan dalah nilai mutlak atau nilai absolutnya.

Rata-rata simpangan (AD) adalah rata-rata hitung dari nilai absolut simpangan, yang dirumuskan :

$$A.D = \frac{\sum\left|X - \overline{X}\right|}{n}$$

Langkah untuk mencari *Average Deviation* (AD):

1. Tentukan nilai $\overline{X}$ (mean/nilai rata-rata)
2. Cari selisih antara X dengan $\overline{X}$ dan tentukan nilai mutlak/absolutnya.
3. Jumlahkan semua nilai mutlak tersebut.
4. Hasil jumlah tersebut dibagi dengan n (jumlah data) sesuai rumus

Contoh menghitung simpangan rata-rata dari data tidak berkelompok. Data dari 13 nilai mahasiswa sebagai berikut (contoh soal diatas):

JAWAB

1. Tentukan nilai $\overline{X}$

   $\overline{X} = \frac{810}{13} = 62{,}31$

2. Cari selisih X dengan $\overline{X}$ dan tentukan nilai mutlaknya

Mahasiswa	Nilai (X)	X - $\overline{X}$	| X - $\overline{X}$ |
A	40	-22,31	22,31
B	30	-32,31	32,31
C	50	-12,31	12,31
D	65	2,69	2,69
E	45	-17,31	17,31
F	55	-7,31	7,31
G	70	7,69	7,69
H	60	-2,31	2,31
I	80	17,69	17,69
J	35	-27,69	27,69
K	85	22,69	22,69
L	95	32,69	32,69
M	100	37,69	37,69
Jumlah	810	0	242,31

Nilai mutlak/ Absolut

3. Σ (X - $\overline{X}$) = 242,31

4. $AD = \frac{\Sigma(X - \overline{X})}{n} = \frac{242{,}31}{13}$ = 18,64

1.4. Simpangan baku (*Standar deviation*).

Di antara ukuran dispersi atau variasi, simpangan baku adalah yang paling banyak dipergunakan, sebab mempunyai sifat-sifat matematis yang sangat penting dan berguna untuk pembahasan teori dan analisis.

Simpangan baku merupakan salah satu ukuran dispersi yang diperoleh dari akar kuadrat positif varians. Varians adalah rata-rata hitung dari kuadrat simpangan setiap pengamatan terhadap rata-rata hitungnya. Ukuran dispersinya dinyatakan dengan S pangkat kuadrat dari standar deviation adalah disebut ragam (*variance*) dan dilambangkan dengan S^2.

Pada prakteknya, pengumpulan data hanya didasarkan atas sample, sample dapat dibagi kedalam dua bagian:

a. Sampel besar : suatu sample jika n (jumlah sample) sama atau lebih dari 30
b. Sampel kecil : suatu sample jika n < 30 (lebih kecil dari 30), pada sampel kecil faktor n dikurangi 1 (n – 1).

Rumus ragam (*varance*) :

$$S^2 = \frac{\Sigma\left(X - \overline{X}\right)^2}{n - 1}$$

untuk sample n < 30

$$S^2 = \frac{\Sigma\left(X - \overline{X}\right)^2}{N}$$

untuk sample n ≥ 30

Rumus simpangan baku:

$$S = \sqrt{\frac{\sum(X - \overline{X})^2}{n-1}}$$ untuk sample n < 30

$$S = \sqrt{\frac{\sum(X - \overline{X})^2}{N}}$$ untuk sample n ≥ 30

Langkah menghitung simpangan baku:

1. Tentukan nilai $\overline{X}$ (mean/nilai rata-rata).
2. Hitung simpangan nilai dengan mean (X - $\overline{X}$).
3. Kuadratkan hasil simpangan data-data dari nilai mean tersebut.
4. Jumlahkan hasil kuadrat tersebut, kemudain tentukan akar jumlah tersebut setelah dibagi dengan jumlah pengamatan kurang 1.

Contoh Soal (Masih menggunakan contoh soal diatas).

JAWAB

1. Tentukan nilai $\overline{X}$

   $$\overline{X} = \frac{810}{13} = 62{,}31$$

2. Hitung simpangan nilai dengan mean (X - $\overline{X}$)

Mahasiswa	Nilai (X)	X - $\overline{X}$	(X - $\overline{X}$)^2
A	40	-22,31	497,63
B	30	-32,31	1043,79
C	50	-12,31	151,48
D	65	2,69	7,25
E	45	-17,31	299,56
F	55	-7,31	53,40
G	70	7,69	59,17
H	60	-2,31	5,33
I	80	17,69	313,02
J	35	-27,69	745,71
K	85	22,69	514,94
L	95	32,69	1068,79
M	100	37,69	1420,71
Jumlah	810	0	6180,77

3. Kuadratkan hasil

4. Jumlah / Σ (X - $\overline{X}$)^2 = 6180,77

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma(X-\overline{X})^2}{n-1}}$$

$$S = \sqrt{\frac{6180{,}77}{13-1}} = \sqrt{515{,}06} = 22{,}69$$

GROUPING DATA / DATA BERKELOMPOK

1.1. Luas Penyebaran (Range / Nilai Jarak)

Untuk data berkelompok, range/nilai jarak dapat dihitung dengan 2 cara:
Cara 1 : R = Nilai tengah kelas terakhir – Nilai tengah kelas pertama
Cara 2 : R = Batas atas limit kelas terakhir – batas bawah limit kelas pertama
Contoh :

No	**Kelas**	**Limit kelas**	**Frekuensi (f)**	**Nilai Tengah (m)**
1	57 – 61	56,5 – 61,5	1	59
2	62 – 66	61,5 – 66,5	3	64
3	67 – 71	66,5 – 71,5	8	69
4	72 – 76	71,5 – 76,5	21	74
5	77 – 81	76,5 – 81,5	18	79
6	82 – 86	81,5 – 86,5	10	84
7	87 – 91	86,5 – 91,5	6	89
8	92 – 96	91,5 – 96,5	3	94
$\sum$			70	

Cara 1 : R = 94 – 59 = 35
Cara 2 : R = 96,5 – 56,5 = 40

1.2. Simpangan kuartil

Simpangan kuartil dirumuskan sebagai berikut:

$$K_D = \frac{K_3 - K_1}{2}$$

Dimana :
K_D : Simpangan Kuartil
K_3 : nilai kuartil ke 3
K_1 : nilai kuartil ke 1

Contoh Soal dan cara sama dengan materi sebelumnya mencari ukuran letak (**KUARTIL**)

1.3. Simpangan rata-rata (Average deviation)

Rumus mencari AD

$$AD = \frac{\sum f\,|m - \overline{X}|}{n}$$

Dimana :
A_D : Simpangan rata-rata
f : frekuensi
m : nilai tengah
$\overline{X}$: nilai rata-rata

Langkah-langkah mencari AD

1. Tentukan nilai rata-rata/mean ($\overline{X}$)
2. Cari selisih antara nilai tengah (m) dengan $\overline{X}$ → (m - $\overline{X}$)
3. Tentukan nilai mutlak dari selisih tersebut → (| m - $\overline{X}$ |)
4. Kalikan masing2 nilai mutlak dengan frekuensinya → (f | m - $\overline{X}$ |)
5. Jumlahkan hasil perkalian tersebut
6. Hasil penjumlahan perkalian tersebut dibagi dengan n (masukan rumus).

Contoh :

No	**Kelas**	**Frekuensi (f)**	**N.Tengah (m)**	**f . m** (L1)	**m-$\bar{X}$** (L2)	**|m-$\bar{X}$|** (L3)	**f |m-$\bar{X}$|** (L4)
1	57 – 61	1	59	59	-18,64	18,64	18,64
2	62 – 66	3	64	192	-13,64	13,64	40,93
3	67 – 71	8	69	552	-8,64	8,64	69,14
4	72 – 76	21	74	1554	-3,64	3,64	76,50
5	77 – 81	18	79	1422	1,36	1,36	24,43
6	82 – 86	10	84	840	6,36	6,36	63,57
7	87 – 91	6	89	534	11,36	11,36	68,14
8	92 – 96	3	94	282	16,36	16,36	49,07
$\sum$		70		5435			410,43 (L5)

Langkah-langkah (L)

1. Menentukan nilai mean ($\bar{X}$)

   $$\bar{X} = \frac{\sum(f \ x \ m)}{n} = \frac{5435}{70} = 77{,}64$$

2. Cari selisih antara nilai tengah (m) dengan $\bar{X}$ → (m - $\bar{X}$)
3. Tentukan nilai mutlak dari selisih tersebut → (| m - $\bar{X}$ |)
4. Kalikan masing2 nilai mutlak dengan frekuensinya → (f | m - $\bar{X}$ |)
5. Jumlahkan hasil perkalian tersebut
6. Hasil penjumlahan perkalian tersebut dibagi dengan n (masukan rumus).

   $$AD = \frac{\sum f \ |m - \bar{X}|}{n} = \frac{410{,}43}{70} = 5{,}86$$

1.4. Simpangan Baku (*Standard deviation*)

Ada 2 (dua) metoda yang dapat digunakan untuk menghitung ragam (*variance*) dan Simpangan baku (*Standar deviation*) yaitu:

(a) Metode *Long*

Rumus ragam (*varance*) :

$$S^2 = \frac{\sum f\left(m - \bar{X}\right)^2}{n - 1}$$

untuk sample n < 30

$$S^2 = \frac{\sum f\left(m - \bar{X}\right)^2}{N}$$

untuk sample n ≥ 30

Rumus simpangan baku:

$$S = \sqrt{\frac{\sum f\left(m - \bar{X}\right)^2}{n - 1}}$$

untuk sample n < 30

$$S = \sqrt{\frac{\sum f\left(m - \bar{X}\right)^2}{N}}$$

untuk sample n ≥ 30

Langkah-langkah mencari S (Metode long)

1. Tentukan nilai rata-rata/mean ($\overline{X}$)
2. Cari selisih antara nilai tengah (m) dengan $\overline{X}$ → (m - $\overline{X}$)
3. Kuadratkan masing-masing hasil selisih antara m dengan $\overline{X}$ → ((m - $\overline{X}$)^2))
4. Kalikan masing2 nilai kuadrat dengan frekuensinya → (f (m - $\overline{X}$)^2))
5. Jumlahkan hasil perkalian kuadrat tersebut
6. Hasil penjumlahan perkalian kuadrat tersebut dibagi dengan n (masukan rumus).

Contoh :

No	**Kelas**	**Frekuensi (f)**	**N.Tengah (m)**	**f . m** (L1)	**m-$\overline{X}$** (L2)	**(m-$\overline{X}$)^2** (L3)	**f (m-$\overline{X}$)^2** (L4)
1	57 – 61	1	59	59	-18,64	347,56	347,56
2	62 – 66	3	64	192	-13,64	186,13	558,38
3	67 – 71	8	69	552	-8,64	74,70	597,59
4	72 – 76	21	74	1554	-3,64	13,27	278,68
5	77 – 81	18	79	1422	1,36	1,84	33,15
6	82 – 86	10	84	840	6,36	40,41	404,13
7	87 – 91	6	89	534	11,36	128,98	773,91
8	92 – 96	3	94	282	16,36	267,56	802,67
$\sum$		70		5435			3796,07 (L5)

Langkah-langkah (L)

1. Menentukan nilai mean ($\overline{X}$)

$$\overline{X} = \frac{\sum(f\ x\ m)}{n} = \frac{5435}{70} = 77{,}64$$

2. Cari selisih antara nilai tengah (m) dengan $\overline{X}$ → (m - $\overline{X}$)
3. Kuadratkan masing-masing hasil selisih antara m dengan $\overline{X}$ → ((m - $\overline{X}$)^2))
4. Kalikan masing2 nilai kuadrat dengan frekuensinya → (f (m - $\overline{X}$)^2))
5. Jumlahkan hasil perkalian kuadrat tersebut
6. Hasil penjumlahan perkalian kuadrat tersebut dibagi dengan n (masukan rumus).

$$S = \sqrt{\frac{\sum f\left(m - \overline{X}\right)^2}{N}} = \sqrt{\frac{3796{,}07}{70}} = \sqrt{54{,}23} = 7{,}36$$

(b) Metode *short*

Untuk menghemat waktu dan menghindari kesalahan karena menghadapi angka yang besar, simpangan baku dapat dihitung dengan metode berkode (*coding method*).
Rumus dengan coding methode:

$$S = C\ .\ \sqrt{\left(\frac{\sum f.u^2}{n}\right) - \left(\frac{\sum f.u}{n}\right)^2}$$

Langkah-langkah (L)

1. Tentukan letak kelas dimana nilai kode u = 0 berada. (Penentuan kode u = 0, baca materi ukuran pemusatan), berikan nilai bertambah nilai yang lebih tinggi dan negatif ke kode yang lebih rendah secara berurutan.
2. Kalikan masing-masing frekuensi dengan kode u (f . u) dan Jumlahkan hasilnya.
3. Tentukan nilai kode u^2
4. Kalikan masing-masing frekuensi dengan kode u^2 (f . u^2) dan Jumlahkan hasilnya.
5. Jumlahkan dan masukan pada rumus.

Contoh :

No	**Kelas**	**Frekuensi (f)**	**u** (L1)	**f . u** (L2)	**u^2** (L3)	**f . u^2** (L4)
1	57 – 61	1	-3	-3	9	9
2	62 – 66	3	-2	-6	4	12
3	67 – 71	8	-1	-8	1	8
4	72 – 76	21	0	0	0	0
5	77 – 81	18	1	18	1	18
6	82 – 86	10	2	20	4	40
7	87 – 91	6	3	18	9	54
8	92 – 96	3	4	12	16	48
$\sum$		70		51		189

L5. Masukan pada rumus:

$$S = C\ .\sqrt{\left(\frac{\sum f.u^2}{n}\right) - \left(\frac{\sum f.u}{n}\right)^2} = 5\sqrt{\left(\frac{189}{70}\right) - \left(\frac{51}{70}\right)^2} = 7{,}36$$

1.5. Satuan baku (Standard units)

Variabel X mempunyai rata-rata $\overline{X}$ dengan simpangan baku S, jadi $\frac{X_i}{S}$ merupakan nilai baku dari X_i, dan Z_i = $\frac{X_i - \overline{X}}{S}$ merupakan nilai satuan baku. Satuan baku tersebut menunjukkan penyimpangan suatu nilai variabel (X) terhadap nilai rata-ratanya $\overline{X}$ dalam satuan simpangan baku (S).

Contoh.

Perusahaan A memperoleh keuntungan Rp. 20.000 sedangkan perusahaan B memperoleh keuntungan Rp. 15.000 dalam bulan yang sama. Dengan informasi tersebut, disimpulkan bahawa perusahaan A lebih baik dari perusahaan B.

Kemudian diperoleh informasi lain, bahwa rata-rata keuntungan perusahaan A adalah Rp. 16.000 dengan simpangan baku Rp. 4.000, sedangkan rata-rata keuntungan perusahaan B adalah Rp. 12.000 dengan simpangan baku Rp. 2.500.

Dengan data tersebut, keduanya dapat dibandingkan dalam keadaan standar, melalui perhitungan satuan baku (standar unit).

$Z_i = \frac{X - \overline{X}}{S}$ Diketahui : nilai X_A = 20.000 nilai X_B = 15.000

nilai $\overline{X}_A$ = 16.000 nilai $\overline{X}_B$ = 12.000

S_A = 4.000 S_B = 2.500

Nilai satuan baku masing-masing perusahaan adalah:

$$Z_A = \frac{20.000 - 16.000}{4.000} = 1{,}0 \qquad dan \qquad Z_B = \frac{15.000 - 12.000}{2.500} = 1{,}2$$

Dari perhitungan tersebut perusahaan A di atas 1,0 simpangan baku, sedangkan perusahaan B berada 1,2 di atas simpangan baku. Maka dapat disimpulkan bahwa perusahaan B lebih baik, karena nilai Z untuk perusahaan B lebih besar dibandingkan perusahaan A.

2. Pengukuran dispersi relatif.

Dalam suatu pengukuran, kita mengharapkan hasil yang teliti dan variasi yang sekecil-kecilnya. Misalnya pimpinan suatu perusahaan ingin membandingkan distribusi upah dua kelompok tenaga kerja. Satu kelompok menerima upah rata-rata per minggu Rp. 9.700 dan simpangan baku Rp. 2.900, kelompok kedua menerima upah rata-rata per bulan Rp. 60.500 dan simpangan bakunya Rp. 22.800.
Dari kedua kelompok tersebut upah manakah yang lebih seragam?.

Untuk menentukan sistem upah yang lebih seragam perlu didasarkan pada dasar pengukuran yang sama yakni koefisien variasi (*coeficient of variantion* = CV)

$$CV = \frac{S}{X}\ x\ 100\%$$

Dimana :
CV : Koefisien variasi
S : Simpangan baku
X : Nilai rata-rata

Maka Koefisien Variasi (CV) dari data diatas adalah:

- Upah mingguan

$$CV = \frac{2.900}{9.700}\ x\ 100 = 29{,}9$$

- Upah bulanan

$$CV = \frac{22.800}{60.500}\ x\ 100 = 37{,}7$$

Dengan ukuran CV tersebut dapat disimpulkan bahwa upah mingguan lebih konstan dari pada upah bulanan, karena ternyata CV untuk upah mingguan lebih kecil dari pada CV upah bulanan

Contoh Soal mengukur koefisien variase (CV)

Ada tiga orang kreditur mengajukan kredit pada Bank XYZ, dimana data yang dilaporkan oleh ketiga kreditur tersebut adalah laba 6 bulan terakhir diperusahaannya. Berikut data laba kreditur :

BULAN	BAKRI	ALI	HARUN
Juli	5.6	5.7	5.90
Agustus	6.2	6.0	5.70
September	6.0	6.5	6.30
Oktober	6.5	6.3	7.10
Nopember	7.3	7.2	7.50
Desember	7.8	7.7	6.90

Dari ketiga orang tersebut, Bank hanya menyetujui satu orang yang mendapatkan kredit. Tentukan siapakah dari ketiga kreditur tersebut yang memperoleh kredit.

3. Ukuran Kemencengan dan Keruncingan Kurva.

Apabila kita mempunyai data sebanyak n: X_1, X_2, ... X_n, maka yang disebut momen ke-r (M_r) adalah sebagai berikut:

$M_r = \frac{\sum X}{n}$ .... untuk data tidak berkelompok

Untuk data yang sudah dikelompokan menjadi k kelas, dan m merupakan nilai tengah kelas ke-i, maka momen ke-r (M_r) adalah sebagai berikut:

$M_r = \frac{\sum f.\ m}{n}$ .... untuk data berkelompok

Untuk r = 1, maka M_1 (Momen pertama) merupakan rata-rata hitung. Momen tersebut merupakan momen terhadap titik asal, sedangkan momen terhadap rata-rata hitung adalah sebagai berikut:

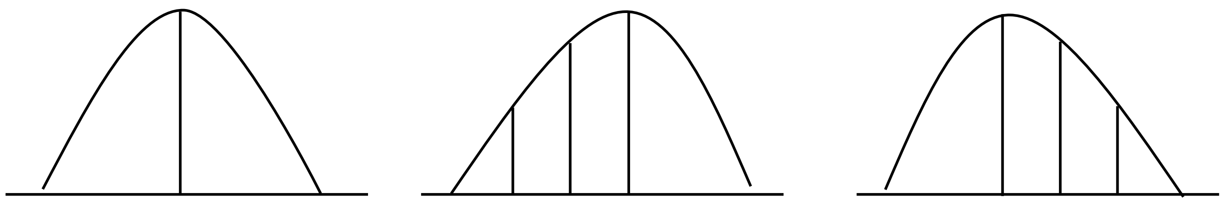
$M_r = \frac{\sum (x_i - \overline{X})^r}{n}$ .... untuk data tidak berkelompok

$M_r = \frac{\sum f.(m_i - \overline{X})^r}{n}$ .... untuk data berkelompok

Untuk r = 2, maka M_2 (Momen kedua) merupakan varians (=kuadrat dari simpangan baku = S^2). Momen ketiga dan keempat, yaitu M_3 dan M_4 masing-masing berguna untuk mengukur **kemencengan** (*skewness*) dan **keruncingan** (*kurtosis*) dari suatu distribusi frekuensi.

(a) Ukuran kemencengan Kurva (Skewness)

Kurva tidak simestris dapat menceng ke kiri atau ke kanan. Di dalam kurva yang simetris, letak modus, median dan rata-rata sama. Perhatikan tiga bentuk kurva berikut:



Mod = $\overline{X}$= med — Kurva simetris

$\overline{X}$< med < mod — Kurva menceng ke kiri

mod < med < $\overline{X}$ — Kurva menceng ke kanan

Ukuran tingkat kemecengan kurva dapat dihitung berdasarkan momen ketiga dengan rumus sebagai berikut:

- Untuk data tidak berkelompok

$$\alpha_3 = \frac{M_3}{S_3} = \frac{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^3}{n \, . S^3}$$

- Untuk data berkelompok

$$\alpha_3 = \frac{M_3}{S_3} = \frac{\sum f . \left(m_i - \overline{X}\right)^3}{n \, . S^3}$$

Ketentuan:

Jika $\alpha_3 = 0$, maka distribusi berbentuk kurva normal

Jika $\alpha_3 > 0$, maka distribusi berbentuk kurva menceng kekanan

Jika $\alpha_3 < 0$, maka distribusi berbentuk kurva menceng kekiri

Contoh untuk data berkelompok (menggunakan soal sebelumnya)

1. Dimana nilai mean $\overline{X}$ = 77,64, n = 70, dan Simpangan baku = 7,36
2. Pangkat 3 simpangan bakunya $S^3 = (77,36)^3$ = 398,69
3. Cari selisih antara nilai tengah (m) dengan $\overline{X} \rightarrow (m - \overline{X})$
4. Pangkatkan 3 masing-masing hasil selisih antara m dengan $\overline{X} \rightarrow ((m - \overline{X})^3))$
5. Kalikan masing2 nilai pangkat 3 dengan frekuensinya $\rightarrow (f (m - \overline{X})^3))$
6. Jumlahkan hasil perkalian pangkat 3 tersebut
7. Hitung skewness (masukan rumus).

No	Kelas	Frekuensi (f)	N.Tengah (m)	f . m	m-$\overline{X}$ (L3)	(m-$\overline{X}$)^3 (L4)	f .(m-$\overline{X}$)^3 (L5)
1	57 – 61	1	59	59	-18,64	-6479,44	-6479,44
2	62 – 66	3	64	192	-13,64	-2539,31	-7617,93
3	67 – 71	8	69	552	-8,64	-645,61	-5164,90
4	72 – 76	21	74	1554	-3,64	-48,34	-1015,19
5	77 – 81	18	79	1422	1,36	2,50	44,99
6	82 – 86	10	84	840	6,36	256,91	2569,13
7	87 – 91	6	89	534	11,36	1464,90	8789,39
8	92 – 96	3	94	282	16,36	4376,45	13129,36
$\sum$		70		5435			4255,41 (L6)

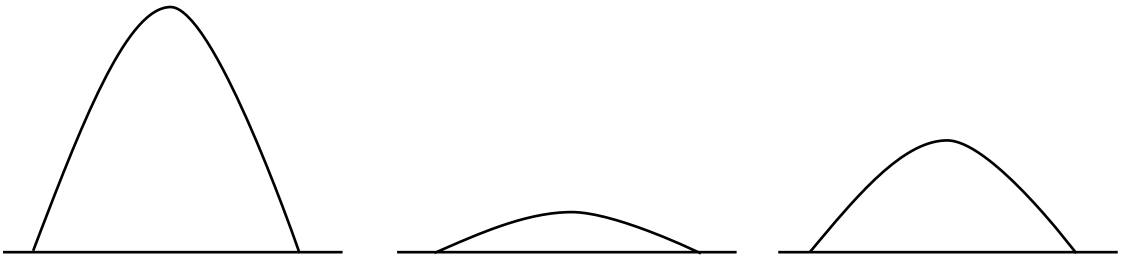
Langkah 1 : $\overline{X}$ = 77,64, n = 70, dan S = 7,36
Langkah 2 : $S^3 = (77,36)^3 = 398,69$
Langkah 7 :

$$\alpha_3 = \frac{M_3}{S_3} = \frac{\sum f.\left(m_i - \overline{X}\right)^3}{n\,.\,S^3} = \frac{4255,41}{70\ x\ 398,69} = 0,15$$

Maka karena α_3 = 0,15. maka distribusi berbentuk kurva menceng kekanan

(b) Ukuran keruncingan Kurva (*Kurtosis*)

Dilihat dari tingkat keruncingannya, kurva distribusi frekuensi dibagi menjadi 3, yaitu **leptokurtis**, **platykurtis**, dan **mesokurtis**, yang bentuk kurvanya sebagai berikut:



a) **Leptokurtis** (puncaknya sangat runcing

b) **Platykurtis** (puncaknya agak datar/merata

c) **Mesokurtis** (puncaknya tidak begitu runcing

Ukuran menghitung tingkat keruncingan kurva dipergunakan momen keempat dengan rumus sebagai berikut:

- Untuk data tidak berkelompok

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S_4} = \frac{\sum\left(X_i - \overline{X}\right)^4}{n\,.\,S^4}$$

- Untuk data berkelompok

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S_4} = \frac{\sum f.\left(m_i - \overline{X}\right)^4}{n\,.\,S^4}$$

Ketentuan:

Jika $\alpha_4 > 3$, maka dihasilkan kurva *leptokurtis* (meruncing)

Jika $\alpha_4 = 3$, maka dihasilkan kurva *mesokurtis* (normal)

Jika $\alpha_3 < 3$, maka dihasilkan kurva *platykurtis* (mendatar)

Contoh untuk data berkelompok (menggunakan soal sebelumnya)

1. Dimana nilai mean $\overline{X}$ = 77,64, n = 70, dan Simpangan baku = 7,36
2. Pangkat 4 simpangan bakunya $S^4 = (77,36)^4 = 2934,35$
3. Cari selisih antara nilai tengah (m) dengan $\overline{X} \rightarrow$ (m - $\overline{X}$)
4. Pangkatkan 4 masing-masing hasil selisih antara m dengan $\overline{X} \rightarrow$ ($(m - \overline{X})^4$)
5. Kalikan masing2 nilai pangkat 4 dengan frekuensinya $\rightarrow$ ($f\,(m - \overline{X})^4$)
6. Jumlahkan hasil perkalian pangkat 4 tersebut
7. Hitung kurtosis (masukan rumus).

No	Kelas	Frekuensi (f)	N.Tengah (m)	f . m	m-$\overline{X}$ (L3)	(m-$\overline{X}$)^4 (L4)	f .(m-$\overline{X}$)^4 (L5)
1	57 – 61	1	59	59	-18,64	120795,26	120795,26
2	62 – 66	3	64	192	-13,64	34643,47	103930,40
3	67 – 71	8	69	552	-8,64	5579,94	44639,50
4	72 – 76	21	74	1554	-3,64	176,10	3698,18
5	77 – 81	18	79	1422	1,36	3,39	61,06
6	82 – 86	10	84	840	6,36	1633,23	16332,32
7	87 – 91	6	89	534	11,36	16637,05	99822,31
8	92 – 96	3	94	282	16,36	71586,36	214758,86
$\sum$		70		5435			604037,86 (L6)

Langkah 1 : $\overline{X}$ = 77,64, n = 70, dan S = 7,36

Langkah 2 : $S^4 = (77,36)^4 = 2934,35$

Langkah 7 :

$$\alpha_4 = \frac{M_4}{S_4} = \frac{\sum f.\left(m_i - \overline{X}\right)^4}{n\,.\,S^4} = \frac{604037,86}{70\ x\ 2934,35} = 2,94$$

Maka karena α_4 = 2,94. maka kurva mendatar (*platykurtis*)