

## BAB IV

### UKURAN PEMUSATAN

#### Definisi Ukuran Pemusatan

Rata-rata (*average*) adalah nilai yang mewakili himpunan atau kelompok data. Nilai rata-rata umumnya terletak ditengah suatu kelompok data yang disusun menurut besar/kecilnya nilai. Dengan kata lain, nilai rata-rata mempunyai kecenderungan memusat, sehingga sering disebut ukuran pemusatan.

Terdapat dua pendekatan untuk mengukur ukuran pemusatan, yang pertama didasarkan pada perhitungan matematis yaitu rata-rata hitung (*arithmetic mean* atau *mean*), rata-rata ukur (*geometric mean*) dan rata-rata harmonis (*harmonic mean*), pendekatan kedua melukiskan tempat atau letak khusus dalam data dan mencari nilai letak data tersebut, yaitu **median** dan **modus**.

#### UNGROUING DATA / DATA TAK BERKELOMPOK

##### A. MEAN

###### 1. Rata-rata Hitung (*Arithmatic mean*).

Adalah merupakan perbandingan dari seluruh jumlah data dengan banyaknya data tersebut.

$$\text{Rumus: } \bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} \text{ atau } \bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

**Contoh :** Diketahui nilai ujian dari lima mata kuliah sebagai berikut 45, 80, 69, 56 dan 70. Hitunglah nilai rata-rata mata kuliah tersebut :

$$\bar{X} = \frac{45 + 80 + 69 + 56 + 70}{5} = 64$$

Jika data diperoleh tidak dalam satuan yang sama, dan tersusun dalam bentuk semi kelompok, maka rata-rata hiungnya adalah :

$$\text{Rumus: } \bar{X} = \frac{f_1X_1 + f_2X_2 + f_3X_3 + \dots + f_nX_n}{\sum f_n} \text{ atau } \bar{X} = \frac{\sum f_iX_i}{\sum f_i}$$

**Contoh :** Diketahui suatu kelompok nilai sbb :

Nilai (X)	Frek. (f)
59	1
64	3
69	8
74	21
79	18
84	10
89	6
94	3
$\Sigma$	70

$$\bar{X} = \frac{59.1 + 64.3 + 69.8 + 74.21 + 79.18 + 84.10 + 89.6 + 94.3}{70}$$

$$\bar{X} = \frac{5435}{70} = 77.64$$

## 2. Rata-rata tertimbang (*Weight Mean*)

Merupakan modifikasi/perbaikan dari pada rata-rata hitung biasanya suatu data yang memiliki satuan (bobot) yang sama, maka rata-rata hitungnya adalah :

$$\text{Rumus: } \bar{X} = \frac{w_1X_1 + w_2X_2 + w_3X_3 + \dots + w_nX_n}{\sum w_n} \text{ atau } \bar{X} = \frac{\sum w_i X_i}{\sum w_i}$$

Contoh : Seorang mahasiswa mendapatkan nilai mata kuliah sebagai berikut Pendidikan Pancasila (2 sks), Bahasa Indonesia (2 Sks), Matematika (3 Sks), dan Teori Akuntansi (3 sks), dengan masing-nasing nilai Pancasila=80, B. Indonesia=75, Matematika=70, Akuntansi=90. Hitung rata-rata nilai mahasiswa tersebut.

$$\bar{X} = \frac{80(2) + 75(2) + 70(3) + 90(3)}{2 + 2 + 3 + 3} = \frac{790}{10} = 79$$

## B. MEDIAN

Adalah suatu nilai pengamatan yang memisahkan/membagi lima puluh persen dari nilai pengamatan terletak disebelah kiri dan lima puluh persen lagi disebelah kanan (atau sering disebut nilai tengah dari suatu pengamatan).

Untuk menentukan nilai median dari data yang tidak dikelompokkan, sebagai berikut :

- Urutkan nilai-nilai pengamatan mulai dari yang terkecil sampai yang terbesar
- Pilih satu nilai pengamatan yang persis terletak ditengah yang membagi lima puluh persen disebelah kiri dan lima puluh persen disebelah kanan
- Jika data pengamatan berjumlah genap, maka pilih dua pengamatan yang paling berada tengah, kemudian jumlahkan dan dibagi dua.

### **Contoh data Ganjil :**

Nilai ujian Matematika dasar : 45, 40, 90, 75, 77, 65, 55

Urutkan nilai menjadi : 40, 45, 55, 65, 75, 77, 90

Sehingga Mediannya adalah : 65

### **Contoh data genap :**

Nilai ujian Matematika dasar : 45, 40, 90, 75, 77, 65, 55, 80

Urutkan nilai menjadi : 40, 45, 55, 65, 75, 77, 80, 90

Sehingga Mediannya adalah :  $\frac{1}{2}(65+75) = 70$

## C. MODUS

Modus adalah nilai data yang paling sering muncul. Jika data disajikan dengan tabel maka modus adalah data dengan frekuensi paling besar atau paling banyak.

### **Contoh**

Diberikan data sampel tentang nilai 10 siswa untuk mata kuliah matematika sebagai berikut : 60, 80, 50, 70, 90, 60, 70, 60, 80, 50

Maka Modus dari data diatas adalah nilai 60 paling sering muncul.

## **GROUPING DATA / DATA BERKELOMPOK**

Data berkelompok merupakan data atau nilai-nilai yang tidak lagi merupakan nilai-nilai individual seperti contoh sebelumnya tetapi sudah berkelompok seperti yang telah dibuat dalam bentuk tabel distribusi.

Contoh Soal dari latihan sebelumnya :  
Diperoleh data hasil ujian akhir semester

No	Kelas	Limit kelas	Frekuensi (f)	Nilai Tengah ( $X_i$ )	F Kum <
1	57 – 61	56,5 – 61,5	1	59	1
2	62 – 66	61,5 – 66,5	3	64	4
3	67 – 71	66,5 – 71,5	8	69	12
4	72 – 76	71,5 – 76,5	21	74	33
5	77 – 81	76,5 – 81,5	18	79	51
6	82 – 86	81,5 – 86,5	10	84	61
7	87 – 91	86,5 – 91,5	6	89	67
8	92 – 96	91,5 – 96,5	3	94	70
$\Sigma$			70		

### A. MEAN

#### 1. Rata-rata Hitung (*Mean*)

Merupakan jumlah perkalian antara frekuensi ( $f_i$ ) setiap kelas dengan nilai tengah ( $X_i$ ) kelasnya, dibagi dengan jumlah keseluruhan frekuensi

Ada dua metode yang dapat digunakan yaitu :

##### a. Metode Panjang (*long method*)

Dimana :  $f_i$  = frekuensi

$$\text{Rumus: } \bar{X} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$$

$X_i$  = nilai tengah kelas

$f_i X_i$  = hasil perkalian  $f_i$  dengan  $X_i$

No	Kelas	Frekuensi ( $f_i$ )	Nilai Tengah ( $X_i$ )	$f_i X_i$
1	57 – 61	1	59	59
2	62 – 66	3	64	192
3	67 – 71	8	69	552
4	72 – 76	21	74	1554
5	77 – 81	18	79	1422
6	82 – 86	10	84	840
7	87 – 91	6	89	534
8	92 – 96	3	94	282
$\Sigma$		70		5435

Maka  $\bar{X} = \frac{5435}{70} = 77,64$

b. Metode Pendek (*short method*)

$$\text{Rumus } \bar{X} = X_0 + \left( \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \right) \cdot C$$

Dimana :  $X_0$  = Rata-rata dugaan

$X_i$  = Nilai tengah kelas

$f_i$  = frekuensi

$u_i$  = kode

$C$  = interval = 5

No	Kelas	Frekuensi ( $f_i$ )	Nilai Tengah ( $X_i$ )	Kode ( $u$ )	$f_i u_i$
1	57 – 61	1	59	-3	-3
2	62 – 66	3	64	-2	-6
3	67 – 71	8	69	-1	-8
4	72 – 76	21	74	0	0
5	77 – 81	18	79	1	18
6	82 – 86	10	84	2	20
7	87 – 91	6	89	3	18
8	92 – 96	3	94	4	12
$\Sigma$		70			51

Penempatan nilai kode  
 $u=0$  dikelas ke 4  
berdasarkan jumlah  
frekuensi terbanyak.

Maka  $X_0 = 74$

Catatan :

- Untuk penentuan kode (nilai  $u$ ), secara praktis umumnya dapat memilih kelas frekuensi terbanyak atau kelas yang berada ditengah, maka berilah kode 0 dikelas tersebut. Kemudian kodennya bertambah ke nilai yang lebih tinggi dan negatif ke kode yang lebih rendah secara berurutan.
- $X_0$  merupakan rata-rata dugaan (*estimated mean*), yaitu nilai tengah pada kelas yang ber-kode 0, maka  $X_0 = 74$
- Angka kode itu sendiri tidak semudah cara diatas, melainkan dihitung berdasarkan deviasi masing-masing kelas terhadap  $X_0$  kemudian dibagi dengan interval kelasnya.

$$u_i = \frac{X_1 - X_0}{C}$$

Maka  $\bar{X} = 74 + \left( \frac{51}{70} \right) \cdot 5 = 77,64$

## B. MEDIAN

$$\text{Rumus } Md = b + \left( \frac{\frac{n}{2} - f_{Ks}}{f_{Md}} \right) \cdot C$$

Dimana :  $Md$  = Median

$b$  = batas bawah limit kelas  $Md$

$f_{Md}$  = frekuensi kelas median

$f_{Ks}$  = frekuensi kumulatif sebelum kelas median

$n$  = Jumlah pengamatan/data

$C$  = interval

No	Kelas	Limit kelas	Frekuensi (f)	Nilai Tengah ( $X_i$ )	F Kum
1	57 – 61	56,5 – 61,5	1	59	1
2	62 – 66	61,5 – 66,5	3	64	4
3	67 – 71	66,5 – 71,5	8	69	12
4	72 – 76	71,5 – 76,5	21	74	33
5	77 – 81	76,5 – 81,5	18	79	51
6	82 – 86	81,5 – 86,5	10	84	61
7	87 – 91	86,5 – 91,5	6	89	67
8	92 – 96	91,5 – 96,5	3	94	70
$\Sigma$			70		

Langkah-langkah

1. Cari dimana letak kelas median dengan mencari  $\frac{n}{2} = \frac{70}{2} = 35$
2. b (batas bawah limit kelas median berada) = 76,5
3. fMd (frekuensi kelas median) = 18
4. fKs (frekuensi kumulatif sebelum kelas Median) = 33
5. C (interval) = 5

<-- fKs  
<-- fMd

Letak kelas median dikelas ke 5 (karena jumlah kumulatif dari kelas 1 sd 5 = 51 lebih dari 35, tapi jika sd kelas ke 4 kumulatifnya kurang dari 35 yaitu 33

$$\text{Nilai Median} = 76,5 + \left( \frac{35 - 33}{18} \right) \cdot 5 = 77,05$$

## C. MODUS

$$\text{Rumus } Mo = b + \left( \frac{d_1}{d_1 + d_2} \right) \cdot C$$

Dimana : Mo = Modus

b = batas bawah limit kelas Modus

fMo= frekuensi dimana kelas modus

d = deviasi

d1 = fMo - frekuensi kelas sebelumnya

d2 = fMo - frekuensi kelas sebetelahnya

C = interval

No	Kelas	Limit kelas	Frekuensi (f)	Nilai Tengah ( $X_i$ )	F Kum
1	57 – 61	56,5 – 61,5	1	59	1
2	62 – 66	61,5 – 66,5	3	64	4
3	67 – 71	66,5 – 71,5	8	69	12
4	72 – 76	71,5 – 76,5	21	74	33
5	77 – 81	76,5 – 81,5	18	79	51
6	82 – 86	81,5 – 86,5	10	84	61
7	87 – 91	86,5 – 91,5	6	89	67
8	92 – 96	91,5 – 96,5	3	94	70
$\Sigma$			70		

$$<-- d_1 = 21 - 8 = 13$$

$$<-- f_{Mo} = 21$$

$$<-- d_1 = 21 - 18 = 3$$

#### Langkah-langkah

1. Cari dimana letak kelas modus dengan melihat jumlah frekuensi terbanyak
2. b (batas bawah limit kelas modus berada) = 71,5
3.  $d_1 = (f_{Mo} - \text{Frekuensi sebelumnya}) = 21 - 8 = 13$
4.  $d_2 = (f_{Mo} - \text{Frekuensi sesudahnya}) = 21 - 18 = 3$
5. C (interval) = 5

Letak kelas modus  
dikelas ke 4 (karena  
jumlah frekuensinya  
terbanyak)

$$\text{Nilai Modus} = 71,5 + \left( \frac{13}{13 + 3} \right) \cdot 5 = 75,56$$

## RATA-RATA DILUAR UKURAN PEMUSATAN

### A. RATA-RATA UKUR

Dalam perekonomian sering kali diperlukan data untuk mengetahui rata-rata persentase tingkat perubahan sepanjang waktu (*average percentage rates of change over time*), misalnya rata-rata persentase tungkat perubahan hasil penjualan, produksi, harga dan pendapatan selama kurun waktu tertentu. Perhatikan data berkala hasil penjualan perusahaan sebagai berikut:

Tahun	2016	2017	2018	2019
Penjualan	10	8	12	15

Berapakah rata-rata persentase tingkat perubahan per tahun dari data penjualan tersebut?.

Nilai ini dapat diperoleh dengan menggunakan rata-rata ukur (*Geometrik mean*). Rata-rata ukur dari sekumpulan pengamatan  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , merupakan angkat pangkat n dari hasil perkalian masing-masing nilai tersebut. Rumus rata-rata ukur sebagai berikut :

$$G = \sqrt[n]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_n}$$

Atau

$$\log G = \frac{\sum \log X_i}{n}$$

Keterangan :

G = Rata-rata Ukur

$X_i$  = Nilai Pengamatan

n = jumlah pengamatan

JAWAB :

$X_1 = 10, X_2 = 8, X_3 = 12, X_4 = 15$

$$G = \sqrt[4]{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdots X_n} = \sqrt[4]{(10)(8)(12)(15)} = \sqrt[4]{14400} = 10,95$$

Atau dapat dihitung dengan

$$\begin{aligned} \log G &= \frac{\sum \log X_i}{n} \\ &= \frac{(\log X_1 + \log X_2 + \log X_3 + \log X_4)}{4} \\ &= \frac{(\log 10 + \log 8 + \log 12 + \log 15)}{4} \\ &= \frac{(1,0000 + 0,9031 + 1,0792 + 1,1761)}{4} \\ &= 1,0396 \end{aligned}$$

$G = \text{antilog } 1,0396$

$G = 14,5$  (rata-rata persentase perubahan per tahun)

## **GROUPING DATA / DATA BERKELOMPOK**

Rumus untuk rata-rata ukur dalam data berkelompok:

$$\text{Log } G = \frac{\sum f_i \text{Log } X_i}{n}$$

Contoh Soal dari latihan sebelumnya :

Diperoleh data hasil ujian akhir semester

No	Nilai Ujian	Frekuensi (f)	Nilai Tengah ( $X_i$ )	Log $X_i$	$f_i \log X_i$
1	57 – 61	1	59	1.7709	1.7709
2	62 – 66	3	64	1.8062	5.4185
3	67 – 71	8	69	1.8388	14.7108
4	72 – 76	21	74	1.8692	39.2539
5	77 – 81	18	79	1.8976	34.1573
6	82 – 86	10	84	1.9243	19.2428
7	87 – 91	6	89	1.9494	11.6963
8	92 – 96	3	94	1.9731	5.9194
$\Sigma$		70			132.1699

JAWAB

$$\text{Log } G = \frac{132.1699}{70} = 1.8881$$
$$G = \text{antilog } 1.8881$$
$$= 77.2931$$

## **B. RATA-RATA HARMONIS**

Rata-rata harmonis ( $R_H$ ) dari n angka  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  adalah nilai yang diperoleh dengan jalan membagi n dengan jumlah kebalikan dari masing-masing  $X$  tersebut di atas. Rumusnya adalah sebagai berikut :

$$R_H = \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}}$$

Keterangan :  
 $H$  = Rata-rata Ukur  
 $X_i$  = Nilai Pengamatan  
 $n$  = jumlah pengamatan

Contoh : Seorang pedagang ikan memperoleh hasil penjualan sebesar Rp. 100.000 per minggu dengan rincian sebagai berikut:

Minggu 1 : menjual 10 ekor seharga 10.000/ekor

Minggu 2 : menjual 25 ekor seharga 4.000/ekor

Minggu 3 : menjual 20 ekor seharga 5.000/ekor

Minggu 4 : menjual 40 ekor seharga 2.500/ekor

Berpakah harga rata-rata ikan tersebut per ekor?

JAWAB

$$\begin{aligned} R_H &= \frac{n}{\sum \frac{1}{X_i}} \\ &= \frac{4}{\frac{1}{10000} + \frac{1}{4000} + \frac{1}{5000} + \frac{1}{2500}} \\ &= \frac{400.000}{95} = 4.210,53 \end{aligned}$$

Jadi harga rata-rata ikan per ekor adalah 4.210,53.

### GROUPING DATA / DATA BERKELOMPOK

Rumus untuk rata-rata Harmonis dalam data berkelompok:

$$H = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{X_i}}$$

Keterangan :  
 $f_i$  = Frekuensi kelas ke i  
 $X_i$  = Nilai tengah kelas ke i  
 $n$  = jumlah pengamatan

Contoh Soal dari latihan sebelumnya :  
Diperoleh data hasil ujian akhir semester

No	Nilai Ujian	Frekuensi ( $f_i$ )	Nilai Tengah ( $X_i$ )	$f_i / X_i$
1	57 – 61	1	59	0.0169
2	62 – 66	3	64	0.0469
3	67 – 71	8	69	0.1159
4	72 – 76	21	74	0.2838
5	77 – 81	18	79	0.2278
6	82 – 86	10	84	0.1190
7	87 – 91	6	89	0.0674
8	92 – 96	3	94	0.0319
$\Sigma$		70		0.9098

JAWAB

$$\begin{aligned} H &= \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{X_i}} \\ H &= \frac{70}{0.9098} = 76.9420 \end{aligned}$$